<u>3 March 2024</u>	. .
Plan. * Baseball Elimination	$ \left(\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
+ Annonncements	
* Reduction to Flow.	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

Baseball Elimination Problem $\left< t_{0}, \ldots, t_{\mu} \right>$ * List of teams Given: * Current standings Wi = current # of wins by ti * Remaining games $\langle g_1, \dots, g_n \rangle$ $9_j = (t_i, t_u)$ Game gi between ti and th Question: Can to finish with the most wins?

Baseball	Elimination	Problem	
Teams	$\frac{1}{2} \underbrace{W_{INS}}_{n} = \underbrace{W_{INS}}_{n$	Games	$\mathbb{E}_{\mathcal{B}} = \mathbb{E}_{\mathcal{B}} = $
BOS NYY BAL	90. 88. 88. 88. 80. 80. 80. 80. 80. 80. 8	(BOS, NTY) (BOS, TB) (TB, BAL) (NTY, TB)	
· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · ·
			· · · · · · · · · · · · · · · · ·
 	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · ·
			· · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Baseball	Elimination	Problem	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Teams Bos NYY BAL	Wins 90 88 88 86	(Bos, NYY) (Bos, TB) (TB, BAL) (NYY, TB)	$\mathbb{P} = \mathbb{P} = $
Teams Bos NYY BAL TB	<u>Wins</u> 90 88 86 90	(BOS, NTY) (BOS, TB) (TB, BAL) (NTY, TB)	

Baseball Elimination Problem $\left< t_{0}, \dots, t_{k} \right>$ * List of teams Given: * Current standings $\langle w_0, \dots, w_{\ell} \rangle$ * Remaining games $\langle g_1, \ldots, g_n \rangle$ Question: Can to finish with the most wins. WLOG assume to has no Observation 0. more games

Elimination Problem Base ball t_{t_0} * List of teams Given: $\langle w_{o}, \dots, w_{c} \rangle$ & Current standings * Remaining games $\langle g_1, \ldots, g_n \rangle$ Question: Can to finish with the most wins. WLDG assume to has no Observation 0. more games * Search through all * Search Amongh all games involving to * Assign to the win. (i.e. Wo < Woti) * Remove game Preprocessing falles O(n) time]

Baseball Elimination Problem $t < t_0, \dots, t_n > t_n > t_n$ X List of teams Given: * Current standings $\langle w_{o}, \dots, w_{c} \rangle$ * Remaining games $\langle g_1, \ldots, g_n \rangle$ Question: Can to finish with the most wins. Observation. Every remaining game results in an additional win for some team.

Elimination Problem "Base ball Given: * List of teams $\langle \mathcal{M}_{0}, \mathcal{$ & Current standings * Remaining games $\langle g_1, \ldots, g_n \rangle$ Question: Can to finish with the most wins. Observation. Every remaining game results in an additional win for some team. Can we allocate all of these wins (i.e. games) such that to is the leader?

Announcements
× HW 2 Grades Released × Pretim #1 Solutions Posted to Camas
× HW3 Ongoing
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Observations
* Preprocess input so that to wins every remaining game
* Every other gave results in some team gaining a win
How should we assign remaining
games to teams?

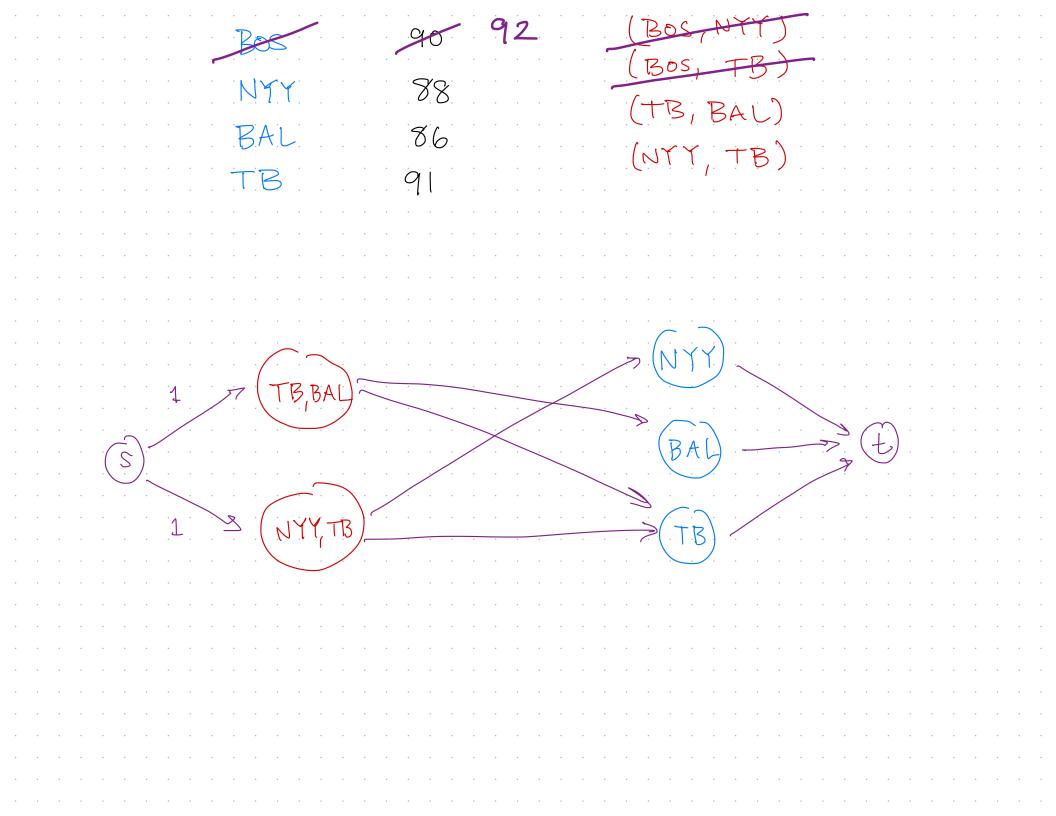
· ·

	90 88 88 86 86 91	(BOS, NTY) (BOS, TB) (TB, BAL) (NTY, TB)	
 			•
 			٠
 			٠
 			•
 			•
 			٠
 			•
 			٠
 			•
 			٠
 			•
 			٠
 			•
 			•

NYY BAL TB	78 76	(BOS, NTT) (BOS, FB) (TB, BAL) (NTT, TB)	

· ·	NYY	90 92 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	(BOS, NTT) (BOS, FB) (TB, BAL) (NTT, TB)	. .
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$. . <td>$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array}$</td> <td>. .</td>	$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} $. .
	<td>. .</td> <td> </td> <td>. .</td>

90 92 (BOS, TB Z8 NYY (TB, BAL) BAL 86 (NTY, TB) TB 9 TB,BAL) BAL NYY, TB) TB



(BOS 90 92 (BOS, TB) NYY Z8 (TB, BAL) 86 BAL (NTY, TB) TB NYY) _ 92-88 TB, BAL (BAL) $\frac{92-86}{2}$ (+) $\left(\begin{array}{c} S \\ S \end{array} \right)$ $1 \frac{1}{2} \frac{$ \rightarrow (TB) 92-91 # wins to can achieve $92 = w_0 =$ Wi= # wins ti has before remaining gomes assigned

t1 Q_1 Ś C1 = W0 - W1 $C_2 = W_0 - W_2$ g_z . J3 t gn-1 ∕. Cu Capacity \overline{Q} (tu) $C_i = W_0 - W_i$ $\leftarrow Max \# of additional wins s.t. W_i + C_i \leq W_0$,

Correctness.	The max	flow	in G	equals n
if and only		can 7	finish wi	th the most wins
,				nilg n games.
· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · ·	
· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · ·
				· · · · · · · · · · · · · · · ·
				· · · · · · · · · · · · · · · · ·
				· · · · · · · · · · · · · · · ·
				· · · · · · · · · · · · · · · · ·

Correctness. The max flow in G equals n
if and only if to can finish with the most wins
after the remaining n games.
<pre> · · · · · · · · · · · · · · · · ·</pre>
(\Longrightarrow) If the max flow is n , there is an "allocation" of wins s.t. to finishes in $1\frac{st}{-1}$.
(=) If to can finish w/ the most wins. the max flow is h.
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Assure flows are INTEGER. (Ford-Fulkerson proves this is WLOG)

(=>) Consider a flo	in f of n units
Devise an allocation of	wins to fearus as follows.
For each unit of	$g_j \longrightarrow t_i$ flow
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Assign 1 additional win to ti $w_i = w_i t_1$
	$\frac{W_{1}}{W_{1}} = \frac{W_{1}}{W_{1}} = \frac{W_{1}}{W$
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

(=>) Consider a flow f of n units
Devise an allocation of wins to feams as follows.
For each unit of gj -> ti flow
Assign 1 additional win to ti
By capacity constraints, team t_i is "allocated" at most $C_i = w_0 - w_i$ units.
\Rightarrow if team t_i wins each game allocated then $w_i + C_i \leq w_0$.
f_{uen} $\forall_i + C_i \leq \forall_o$
<pre>- · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·</pre>
· ·
A A A A A A A A A A A A A A A A A A A

a flow for a units () Consider Devise an allocation of wins to teams as follows. For each unit of gj -> ti flow, Assign 1 additional win to tr By capacity constraints, team t_i is "allocated" at most $C_i = w_0 - w_i$ units) if team to wins each game allocated then $W_i + C_i \leq W_0$. n units of flow covers all n remaining games By construction

	Suppose to	can finish w	/ most wins.
• • • • •	Construct from resu	a = flow = of f = b	$\gamma \cdot \iota m + 5 \cdot \cdot$
	Trom resu		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·	
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

(E) Suppose to can finish w/ most wins.
La Construct a flow of n units from results.
from results.
* Assign 1 to s>g for each gave g
× If team ti wing game $g = (t_i, t_j)$
Lo Assign 1 unit of flow from goti
* Assign total # wins to ti -> t
$\sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{i$
Capacity & Conservation are satisfied
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

· · ·	Pa	$\sqrt{2}$	×q	:)	M	, (6	Ę	solv	، ر <i>ر ک</i> ر		· · ·	»p4		uί	ZC	-fi	Ren -	r F	γ ς	اماد	en	Ś	•	· ·	· ·	•	· ·	· · ·	•	· · ·
· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	×	Understand problem Lo variables to be determined Lo constraints on variables							S	•	assigned to teams																			
• •	•••		 		•	<u>م</u> م	Э <i>Г</i> Л.	57		بري		2 . 	Ð	э 1 л	• •	Va 1	1/1	ia.	l d l	e_3 	•	•									• •
• •	• •	• •	• •			•	• •	•		•	•	• •	•	•	••••	•	•	· ·	•			•		S. (, te	.	has		ST	• •
• •	• •	• •	• •	• •	• •	•	• •	•	• •	•	•	••••	•	•	• •	•	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	• •	• •	•		• •	•	• •
• •	• •		o o	• •	•	•	• •	•	• •	•		• •	•		• •	•	•			• •		a		a	• •	• •	•	• •	• •	•	• •
· ·	• •		• •	••••		•	· ·	•	· ·	•	•	• •	•	•	• •	•	•	· ·	•	••••		•	· ·	• •	• •	••••	•		· ·	•	• •
• •	• •		• •	• •		•	• •	•	• •	•	•	• •	•	•	o o	0	•	• •	•	• •	÷	0		o	• •	•••	•			•	• •
• •	• •		• •	• •	• •	• •	• •	•	· ·	•	•	• •	•	•	• •	•	•	· ·	•	• •	•	•	• •	•	• •	••••	•			•	• •
• •	a a	• •	• •	• •	•	•	0 0		• •	0	٠	• •	٠	÷		0	٠	• •	٠	• •	٠	•	• •	•	• •	0 0			• •	٠	• •
• •	• •	• •	• •	• •	•	•	• •		• •		٠	• •	•			0		• •		• •		•	• •	•	• •		٠	• •	• •		• •
• •	• •	• •	• •	• •	•	•	• •		• •	٠	•	• •	٠			0	•	• •	•	• •		•	• •	•	• •	• •			• •		• •
																												• •			

Pavadigue for solving optimization problem	 	· · · · · · · · ·
× Understand problem L> variables to be determined L> constraints on variables		e to fears
	s.t. t	has most
X Write problem as flow instan		
L> variables = flow/cat L> constraints = "gadagets"		. .
	J	and gadget

Pavadigue for solving optimization problems
* Understand problem Lo variables to be determined d Lo constraints on variables
s.t. to has most
* Write problem as flow instance
L> variables = flow / cut L> constraints = "gadagets"
game gadget (tr)
* Argue why solution to flow gives solution to your Lo Max Flow / Min Cut

Baseball Elimination subject to constraints? Can to win most games s.t. Example Constraints * All teams win at most k games * Every team wins at most 2/3 of their games against any other fear

Baseball Elimination subject to constraints? Can to win most games s.t. Example Constraints * All teams win at most k games $C(t_i, t) = \min [l_i, w_o - w_i]$ * Every team wins at most 2/3 of their games against any other fear

Baseball Elimination subject to constraints? Can to win most games s.t. Example Constraints * All teams win at most k games $C(t_1,t) = \min \{ [k, w_0 - w_1] \}$ * Every team wins at most 2/3 of their games against any other fear (i + j) = i + j"gadget"

Baseball Elimination subject to constraints? Can to win most games s.t. * At most c teams win a remaining game $r = r \left(\hat{S}_{i} \right) r \left(\hat{S}_{i} \right)$ tu tu tu tip

Baseball Elimination subject to constraints?
Can to win most games s.t. 7
* At most c teams win a remaining game.
Constraint on feams, Not on games
(S)
$\frac{1}{t_u t_v} = \frac{1}{t_u t_v}$
$\mathbb{R}^{2} = \mathbb{R}^{2} + \mathbb{C}^{2} + \mathbb{R}^{2} + \mathbb{C}^{2} $
BE CAREFUL! Some constraints cannot be encoded as flow!